

財政制約下における社会資本の戦略的な維持管理・更新 に関する研究

北海道大学大学院工学研究院准教授 内田 賢悦
北海道大学大学院工学研究院教授 田村 亨

I はじめに

北海道のみならず日本では、人口減少下社会の厳しい財政状況の中、急速に増大する老朽化した社会資本の更新・修繕は、国民の社会・経済活動の継続だけではなく、国際的な競争力を維持する上でも喫緊の課題である。特に北海道は、日本の食糧基地としての役割を担うために、長期的な視点から戦略的かつ効率的な視点から社会資本の更新・修繕計画が立案されなければならない。

日本の道路構造物の多くは1960年~1980年代の高度経済成長期に建設された。そのため、道路構造物は現在、建設後50年以上が経過し、更新時期を迎えるものが多く存在する。しかし、すべての道路構造物を更新する為に十分な財源が確保されているわけではなく、これまでと同じように整備を行っていけば2037年には維持管理費用が予算を超え、約16%の道路構造物が更新できなくなると予想されている（国土交通省平成23年交通白書）。

一般に道路舗装の管理は路面状態を示すMCI (Maintenance Control Index) 値に基づいて行われるが、50年や100年といった長いスパンでのライフサイクルコストを考えた時、MCI値が更新必要値に達する前に更新を行ったほうが効率的な場合がある。しかし、道路の早期補修が望ましくても、予算制約や他に更新の緊急性が高い道路がある場合、実行出来ないこともありうる。

また、トンネルや橋梁などの道路構造物の場合には効率性以上に、安全性の確保と更新予算との関係が重要になってくる。トンネルや橋梁などの構造物の劣化は直接人命に関わり、ちょっとした補修時期の見誤りが大きな事故につながりうる。最近では、2012年12月2日に山梨県大月市で起こった笹子トンネル天板崩落事故が記憶に新しい。このような事故を防止するためにも、早めの更新が必要だが、財政制約下ではどの道路構造物を優先的に更新するかを決めなければならないが、これはきわめて難しい問題である。

以上より、さまざまな社会経済状況下での効率的な予算配分と安全性の確保を両立させた更新を実現するための1つの解決策として、予算制約を考慮した最適な道路構造物の更新計画の立案が挙げられる。

道路構造物の更新計画を考える場合、様々な不確実性を考慮する必要がある。それらの代表的なものには、①劣化の進行、②更新時の影響、③交通量の不確実性に起因する移動時間の不確実性が挙げられる。劣化の進行に関する不確実性は、更新時期の決定に影響するものと考えられる。更新時の影響および、移動時間に関する不確実性は、ドライバーの経路選択行動を通じて道路利用者の費用に関係すると考えられる。本研究では以上の3つの不確実性を考慮し、財政制約下での最適更新計画モデルの構築を行う。

本研究の構成は以下に示すとおりである。IIでは、既存研究のレビューを行い、本研究の位置づけを明らかにする。IIIでは、モデルの定式化を行う。ここでは、最適更新計画およびリスク回避的なドライバーの経路選択問題を扱う。IVでは、数値実験を行うことによって、本研究で開発したモデルの検証を行う。Vでは、研究のまとめを行うとともに今後の課題についても示す。本研究で開発したモデルは、最適更新計画を立てることを主眼にしたものである。一方では、道路ネットワークの更新が経済活動に与える影響を知りたい場合もある。そうした場合には、一般均衡分析に本研究で開発したモデルを組み込むこと

によって、道路ネットワークの更新による経済影響を計量化できると考えられる。こうした要望もあると予想されることから、付録には第一著者がこれまで開発してきた多地域一般均衡モデルの概要を示す。

II 既存研究

Sanchez-Silva et al. (2005) は、交通ネットワークにおいてリンクの途絶がネットワーク全体に与える影響を考慮したネットワーク信頼性モデルを開発した。このモデルを適用することにより、道路区間への最適資源配分の検討が可能となる。彼らは、道路区間の途絶状態と通常状態の移動費用を結合したものを道路区間の総費用として表現している。この研究では発生した途絶に利用者が巻き込まれる確率を定義して移動費用の不確実性を表現しているが、道路利用者の経路選択行動は表現されていない。

Lam et al. (2008) は、悪天候下のリスク回避的なドライバーの経路選択行動モデルを提案している。影響が異なる悪天候下のドライバーの効用関数は、各天候の確率的移動時間の混合分布として表現されている。

内田・加賀屋 (2006) は、従来の道路更新計画に関するライフサイクルコスト評価は、交通量を一定とした評価が多かったのに対して、利用者の経路選択行動を新たに導入した道路舗装のライフサイクルコスト評価法を提案している。しかしながら、舗装劣化や移動時間の不確実性は考慮されていない点が課題として挙げられる。

また、三留・長江 (2013) は、少ない費用でより多くの不便益軽減を達成するような耐震化戦略の決定手法を提案しており、被災パターンの膨大さにより発生する、交通不便益の厳密評価困難性に対処するために、統計的な推計手法としてマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC) を使用している。MCMC によって与えられた多変量関数からサンプルとして被災パターンを抽出し、パターンごとに交通不便益を求めてその平均値を求めている。このように最適化問題を解く方法として、モンテカルロシミュレーションが使われることがしばしばあるが、何千回もの反復計算が必要であることからあまり効率的だとは言えない。したがって、実規模の道路ネットワークを対象とした場合、いまだ課題が残されている。

道路構造物の最適更新時期を考えるモデルにおいて、道路状態の不確実性を考慮しない場合、将来の道路劣化状態や破損時期を正確に予測できると暗に仮定していることになる。しかし、現在の技術では正確に将来予想を行うことは不可能であるため、将来道路がとりうる状態に加え、その状態になる確率も考える必要がある。本研究で開発するモデルでは、道路区間は通常のサービスを供給可能な状態と更新が必要となる状態の2つの状態のみをとると考え、それぞれの状態が生起する確率を考える。それぞれの状態では、ドライバーの経験する移動時間は、確率的移動時間として表現される。特に、更新が必要な状態では、更新中の確率的移動時間を考えている。ここでは、更新中の移動時間だけではなく、通行止めとなる場合の待ち時間も含めた時間を表現している。さらに、それぞれの状態が生起する確率を混合率とみなした混合分布として道路区間の確率的移動時間を表現する。以上のように、劣化と移動時間の不確実性を表現した上で、リスク回避的なドライバーの経路選択行動および財政制約を考慮して、道路区間の最適更新時期を決定する。このモデルにより、より効率的な予算配分を行うことが可能となるものと考えられる。一方本研究で開発するモデルでは、モンテカルロ法によって与えられる多変量確率分布自体を混合分布と置き換えて扱うため、三留・長江 (2013) らのモデルとは対照的に、解析的にその期待値を計算することが可能となる。したがって、計算効率性の高いモデルであるといえる。更に、混合分布の分散によって、平均移動時間だけではなく移動時間の不確実性も表現できるため、リスク回避的なドライバーの経路選択行動を考慮して問題を解くことが出来るという特徴がある。

Ⅲ モデルの定式化

1 記号の定義

以下に本研究で使用する記号を示す。

A	ネットワーク上の道路区間（以下ではリンクとする）集合
I	OD ペアの集合
J_i	OD ペア i 間の経路集合
δ_{aj}^y	y 年目のある日にリンク a が経路 j の一部であれば 1, それ以外のときに 0 をとる変数
Q_i^y	y 年目の OD ペア i 間の確率的交通需要
F_{ij}^y	y 年目の OD ペア i 間の経路 j の確率的交通量
V_a^y	y 年目のある日のリンク a の確率的交通量
C_a	リンク a の確率的交通容量
p_{ij}^y	y 年目の OD ペア i 間の交通需要が経路 j を選択する確率
$T_a^n(y)$	y 年目の通常状態におけるリンク a の確率的移動時間
T_a^r	リンク a が更新時の確率的移動時間
T_a^y	y 年目のリンク a の確率的移動時間
$t_a(\cdot)$	リンク a の移動時間関数
cv_a	リンク a の確率的移動時間の変動係数
$\sigma_a^2(\cdot)$	リンク a の移動時間の分散
$\sigma_{ab}(\cdot)$	リンク a と b の移動時間の共分散
$p_a^n(y)$	y 年目のある日にリンク a が通常の状態にある確率
c_a^y	y 年目のリンク a の更新にかかる費用
c	計画期間を通した更新費用予算
τ	時間価値
r	社会的割引率
g	計画期間
y_a	計画年時 ($y=0$) におけるリンク a 建設後の経過年数

2 最適更新計画の定式化

道路の維持管理において、リンクは通常と破損（通行不能）の2つの状態のみをとるものと考えられる。本研究では、破損する前に更新する事が目的なので、破損状態ではなく、修復が必要な状態と置き換えて扱っていく。 y 年目のある日にリンク a が通常状態である時、リンク a の確率的移動時間 $T_a^n(y) = t_a(V_a^y; C_a)$ は、確率的交通容量 C_a を所与とし、次節で定式化する Wardrop 均衡に従う確率的交通量 V_a^y の関数として表されると考える。また、リンク a の確率的移動時間は正規分布に従うものと仮定し式(1)で与える。

$$T_a^n(y) \sim N(E[T_a^n(y)], \text{var}[T_a^n(y)]) \quad (1)$$

where

$$E[T_a^n(y)] = E[t_a(V_a^y; C_a)]$$

$$\text{var}[T_a^n(y)] = (cv_a \cdot E[t_a(V_a^y; C_a)])^2$$

また、リンクの劣化が進み更新が必要な状態になると、道路管理者はそのリンクの更新を行うか行わないかを意思決定するものとする。リンク a が更新を必要とする状態になった時の移動時間 T_a^r は、正規分布に従い式(2)で与えられるものとする。

$$T_a^r \sim N(E[T_a^r], \text{var}[T_a^r]) \quad (2)$$

式(2)に示される移動時間は、先述の通り、通行規制を伴う更新中の移動時間だけではなく、更新を行わない場合の通行止めによる待ち時間も表現している。

y 年目のある日にリンク a が通常状態にある確率を $p_a^n(y)$ と表現し、式(3)で与える。

$$p_a^n(y) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta \cdot (y + y_a))} \quad (3)$$

ここで、 $\alpha < 0, \beta > 0$ はパラメータであり、特に α に関しては以下の式(4)に示す関係を満たすものとする。

$$\frac{1}{1 + \exp(\alpha)} \approx 1 \quad (4)$$

式(4)は、建設直後のリンクが通常状態である確率がほぼ1となる事を意味している。また、 y 年目に更新を行った場合、 $y + k$ ($k = 1, 2, \dots$) 年目の $p_a^n(y + k)$ は、以下の式で与えられるものとする。

$$p_a^n(y + k) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta \cdot k)}$$

上式は、更新直後のリンクが通常状態である確率がほぼ1となり、更新後にはほぼ建設直後の状態まで劣化が回復することを意味している。

y 年目のある日のリンク a の確率的移動時間 T_a^y は、式(1)および式(2)に示した2つの正規分布を混合分布となることを仮定し、それぞれの混合率を p_a^n 、 $1 - p_a^n$ として式(5)で与える。

$$T_a^y \sim GMD(T_a^n(y), T_a^r, p_a^n(y), 1 - p_a^n(y)) \quad (5)$$

式(5)で示した確率的移動時間の期待値と分散は、それぞれ以下の式で与えられる⁶⁾。

$$E[T_a^y] = E[T_a^n(y)] \cdot p_a^n(y) + E[T_a^r] \cdot (1 - p_a^n(y)) \quad (6)$$

$$\text{var}[T_a^y] = p_a^n(y) \cdot (\text{var}[T_a^n(y)] + (E[T_a^n(y)])^2) + (1 - p_a^n(y)) \cdot (\text{var}[T_a^r] + (E[T_a^r])^2) - (E[T_a^y])^2 \quad (7)$$

y 年目のある日のリンク a の確率的移動時間 T_a^y は式(5)で与えられ、本研究では、その確率的移動時間を y 年目の代表的な移動時間と考えることにする。その解釈としては、ドライバーは、1年間の356日のうち、 p_a^n の割合で通常状態の移動時間を経験し、 $1 - p_a^n$ の割合で更新時の確率的移動時間を経験すると仮定している。式(5)によって表現されるドライバーが経験する移動時間は、以下に示す2段階のモンテカルロシミュレーションによって表されるものである。1段階目では、ベルヌーイ分布 $f(k, p_a^n) = (p_a^n)^k \cdot (1 - p_a^n)^{k-1}$ ($k \in \{0, 1\}$) によって、リンクがとりうる2つの状態を表現し、そこから1つの状態をサンプリングする。ここで得られた状態を条件として、2段階目では、 $T_a^s(y)$ ($s \in \{n, r\}$) から移動時間のサンプ

リングを行う。こうした試行を無限回行った時の移動時間は、式(5)に示す正規混合分布に従うことになる。

リンク a の y 年目の確率的移動時間にリンク交通量を乗じた総移動時間の平均 $E[V_a^y \cdot T_a^y]$ をネットワーク全体で足し合わせたものを y 年目の総移動時間と定義する。さらに、総移動時間に時間価値 τ を乗じることで総移動時間を費用に変換する。リンクに対して更新を行った場合、劣化が回復するため、そのリンクが通常状態である確率は、更新を行う前と比べて高くなるため、総移動時間は短くなる。それに伴い総移動コストも減少することになる。 n 年間の総移動コスト足し合わせた総計も更新によって変化することになる。一方、道路の更新コストは劣化の進行に伴い、経年的に増加すると考えられるため、更新時期が遅くなる程増えると考えことにする。本研究では、年間のコスト（更新コストと移動時間コストの和）を計画期間にわたり現在価値化した総コストを最小とすることにより、ネットワークの各リンクを更新する最適時期を求めることにする。この問題は以下のように定式化される。

$$\min z = \sum_{y=0}^g \frac{\sum_{a \in A} \{365 \cdot \tau \cdot E[V_a^y \cdot T_a^y] + c_a^y\}}{(1+r)^y}$$

$$\text{w.r.t } c_a^y \geq 0 \forall a, y \quad \text{s.t.} \quad \sum_y \sum_a c_a^y = c$$

3 リスク回避的なドライバーの経路選択行動の定式化

(1) 需要交通量

ここでは前節の式(5)に示した確率的移動時間に基づき、ある年のドライバーの平均的な経路選択行動、すなわち、1年平均の経路選択確率を考えることにする。ある年のドライバーの平均的な経路選択行動を推計する場合、式(5)の導出過程で適用した方法のように、ベルヌーイ過程から各リンクの状態をサンプリングにより決定し、その状態における確率的移動時間から、経路選択確率を推計することが考えられる。しかしながらこうした方法では、道路ネットワーク上のリンク数が $|A|$ 本の場合、状態の組み合わせ数は $2^{|A|}$ となり、実規模ネットワークを対象とした場合、すべての組み合わせに対する経路選択問題を解いて、その平均値を求めることはほとんど不可能である。一方、モンテカルロシミュレーション技術を適用してドライバーの平均的な経路選択行動を推計する場合であっても、膨大な数の経路選択問題を解く必要があり、現実的ではない。MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を適用して、ドライバーの平均的な経路選択行動を推計する試みもなされている(三留・長江, 2013) が、いまだ残された課題も多いと考えられる。

そこで、式(5)に示す確率的移動時間に基づいて、ある年のドライバーの平均的な経路選択行動を定式化することを考える。式(5)に基づくドライバーの経路選択行動を考えることは、予めドライバーはリンクが更新な状態になるか否か、さらには更新が必要となった場合の移動時間を予見して経路選択行動を行っていることを意味するわけではないことに注意が必要である。ここでの経路選択問題における仮定は、リンクが通常状態における移動時間はドライバーに確率変数として認知されることである。さらに、リンクが更新の必要な状態になった場合の移動時間もまた、ドライバーに確率変数として認知されると仮定している。さらに平均的な経路選択行動を考えるための要件としては、以上2つの状態の確率的移動時間は、リンク交通量によって変化するため、経路選択問題の中で均衡条件を通じて表現されなければならないことが挙げられる。先述の通り、モンテカルロシミュレーション技術を適用して推計される複雑なドライバーの経路選択行動を1年平均でみた場合、更新が必要な状態となる確率が大きくなると、そうしたリンクを含む経路の選択確率は低下すると考えられる。さらに経路選択確率の低下は、式(5)の平均の増加による影響だけで

はなく、分散の増加による影響も受けると考えられる。なぜならば、2つの状態に対する移動時間は確率変数として与えられ、ある状態が確定的に与えられた場合には、リスク回避的なドライバーは、その状態での確率的移動時間の平均だけではなく、分散も考慮に入れて経路選択を行うと考えられるからである。しかしながら、どの状態が生起するかは確定的に与えることができないため、式(5)の分散もドライバーの経路選択行動に影響すると考えるのが自然であろう。以上を踏まえ、さらに Lam et al. (2008) による考え方を適用すると、事前に2つの状態が生起する確率 $p_a^n, 1-p_a^n$ が与えられ、それぞれの状態に特有な確率的移動時間は、経路選択行動の結果である交通量から決定されると仮定することができる。その結果、1年平均でみたリンクの移動時間は、式(5)に示した混合分布に従うことになり、リスク回避的なドライバーの経路選択行動は、式(5)の平均と分散を指標として表現されることになる。

内田 (2013) によれば、ネットワーク上で移動時間が確率変動を移動する場合、ドライバーは不確実性下の意思決定を強いられ、リスク（不確実性）回避的なドライバーの経路選択行動は確率的モデルによって記述することができる。本研究ではこれに倣い、リスク回避的なドライバーの経路選択行動により確率的移動時間は決定されるものとし、ここでは、そこに影響を与える要因として需要交通量の確率変動を挙げ、定式化を行う。その後、(2)で移動時間の定式化を行い、(3)でリスク回避的なドライバーの経路選択の定式化を行う。

y 年目のある日に実現される OD ペア $i \in I$ の確率的交通量 Q_i^y は、平均が $E[Q_i^y]$ 、分散が $\text{var}[Q_i^y]$ となる確率分布に従うと仮定する。 y 年目のある日に実現する OD ペア $i \in I$ の交通需要に対してドライバーは経路 $j \in J_i$ を他の経路とは独立に p_{ij}^y の確率で選択すると仮定する。上記の二つの仮定により OD ペア $i \in I$ 間の経路 $j \in J_i$ の交通量 F_{ij}^y は以下の式で与えられる。

$$F_{ij}^y = p_{ij}^y \cdot Q_i^y \quad \forall i \in I, j \in J_i$$

F_{ij}^y の期待値と分散は、それぞれ以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} E[F_{ij}^y] &= p_{ij}^y \cdot E[Q_i^y] \\ \text{var}[F_{ij}^y] &= (p_{ij}^y)^2 \cdot \text{var}[Q_i^y] \end{aligned}$$

このとき、ネットワーク上のリンク $a \in A$ 上の交通量 V_a^y は以下の式で与えられる。

$$V_a^y = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot F_{ij}^y \quad \forall a \in A$$

また、リンク交通量の平均、分散・共分散はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} E[V_a^y] &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot E[F_{ij}^y] \quad \forall a \in A \\ \text{cov}[V_a^y, V_b^y] &= \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot \delta_{bj}^y \cdot \text{var}[F_{ij}^y] \quad \forall a, b \in A \end{aligned}$$

(2) 移動時間

ネットワーク上のリンク移動時間は、確率的交通容量 C_a を所与とした確率的交通量 V_a^y の関数、すなわち、 $t_a(V_a^y; C_a)$ で表現されると仮定する。 y 年目のある日の OD ペア i 間の経路 j の移動時間 ($\tilde{\xi}_{ij}^y$) は、その経路を構成するリンク移動時間の和として次式で与えられる。

$$\tilde{\xi}_{ij}^y = \sum_{a \in A} T_a^y \cdot \delta_{aj}^y \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i$$

移動時間の平均と分散はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$E[\tilde{\xi}_{ij}^y] = \sum_{a \in A} E[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y$$

$$\text{var}[\tilde{\xi}_{ij}^y] = \sum_{a \in A} \text{var}[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y + 2 \cdot \sum_{a \in A} \sum_{b \neq a} \text{cov}[T_a^y, T_b^y] \cdot \delta_{aj}^y \cdot \delta_{bj}^y \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i$$

(3) リスク回避的なドライバーの経路選択行動の定式化

本研究では、移動時間の不確実性を分散で表現する。ドライバーは不確実性を嫌いリスク回避的な経路選択行動をとるものと想定される。そのため、ドライバーは平均移動時間だけではなく移動時間の分散も考慮に入れて経路選択行動を行うものとする。したがって、ドライバーの経路選択行動に用いられる経路評価値は、平均移動時間、移動時間の分散の2つとなり、パラメータ $\lambda > 0$, and $\gamma < 0$ および確率的交通量ベクトル $\mathbf{F} = (F_{11}, \dots, F_{ij}, \dots)^T$ を用いて次式で表す。

$$\tilde{c}_{ij}(\mathbf{F}) = \lambda \cdot E[\tilde{\xi}_{ij}^y] + \gamma \cdot \text{var}[\tilde{\xi}_{ij}^y]$$

ドライバーは自己の経路評価値が最小となる経路選択をすると想定できる。このリスク回避的なドライバーの経路選択問題は、以下に示す非線形相補性問題として定式化される。

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{d}^*)^T \text{ such that } \hat{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = 0$$

where

$$\mathbf{F} = (F_{11} \quad \dots \quad F_{1|J_1|} \quad \dots \quad F_{|I|1} \quad \dots \quad F_{|I||J_{|I|}|})^T$$

$$\mathbf{d} = (d_1 \quad \dots \quad d_{|I|})^T$$

$$\hat{\mathbf{z}} = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{d})^T$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{q})^T$$

$$\mathbf{g} = (\tilde{c}_{11}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad \tilde{c}_{|I||J_{|I|}|}(\mathbf{F}) - d_{|I|})^T$$

$$\mathbf{q} = \left(\sum_{j \in J_i} E[F_{1j}] - E[Q_i] \quad \dots \quad \sum_{j \in J_{|I|}} E[F_{|I|j}] - E[Q_{|I|}] \right)^T$$

上記の定式化では、変数ベクトルに上付きの*が付された場合、その変数ベクトルが均衡状態のものであることを意味している。この表記法は、今後も踏襲することにする。 d は OD ペア間の利用される経路評価値ベクトルであり、上記の定式化では、リスク回避的なドライバーは経路評価値が最小となる経路を選択することが表現されている。より定式化に忠実に表現すると、上記の定式化は、OD ペア $i (\in I)$ 間で利用される経路評価値は全て等しく d_i^* となり、それら利用されない経路評価値よりも小さいかせいぜい等しくなることを示し

ており、利用者均衡配分の自然な拡張となっている点に注意が必要である。

IV 数値実験

1 設定条件



図 1. テストネットワーク

ここでは、問題を簡単にするために、上記のような 1 つの OD ペア間に 1 つのリンクがある場合を考える。すなわち、道路利用者の経路選択行動は考えず、また予算制約も考えない。

通常状態の確率的移動時間は平均移動時間を $E[T_a^n(y)] = 10$ 分、分散を $\text{var}[T_a^n(y)] = 4$ とした正規分布 (図 2) で与え、更新中の移動時間に関しては、 $E[T_a^r(y)] = 180$ 、 $\text{var}[T_a^r(y)] = 5$ とした正規分布 (図 3) で与えた仮定して計算を行った。通常、更新中の移動時間は、複数車線のリンクの場合は車線を 1 本通行止めにし、1 車線道路の場合は片側通行とし、更新を行うことになると考えられる。しかしながら、モデルの定式化において示したように、更新が必要となった場合の移動時間は、更新を行わない場合の通行止めによる待ち時間も表現するため、通常状態の移動時間と比較すると、平均、分散が大きくなると考えられる。それだけではなくここでの設定値は、通常状態と更新が必要な状態、それぞれの状態での移動時間の違いを明確化するために採用したものである。

また、混合率は y 年目のリンク a が通常状態である確率を $p_a^n(y)$ とし、 $y_a = 0$ とし、以下の式で仮定した。 $p_a^n(y)$ の挙動は図 3 に示すとおりである。図 3 より、リンクは建設後 10 年程度で通常状態をとる確率が 0 となるように設定していることがわかる。これは計算過程を理解しやすするために設定したパラメータによるものである。したがって、実際の道路構造物を扱う場合、実測の劣化データから推計されたパラメータ値を適用することによって、現実的な劣化曲線が再現されるものと考えられる。

$$p_a^n(y) = \frac{1}{1 + \exp(-5 + y)}$$

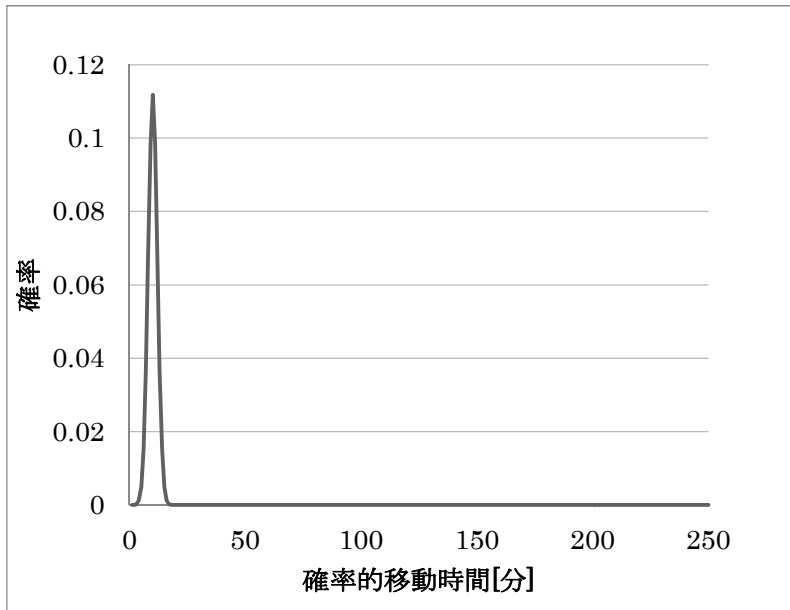


図 2. 通常状態の確率的移動時間

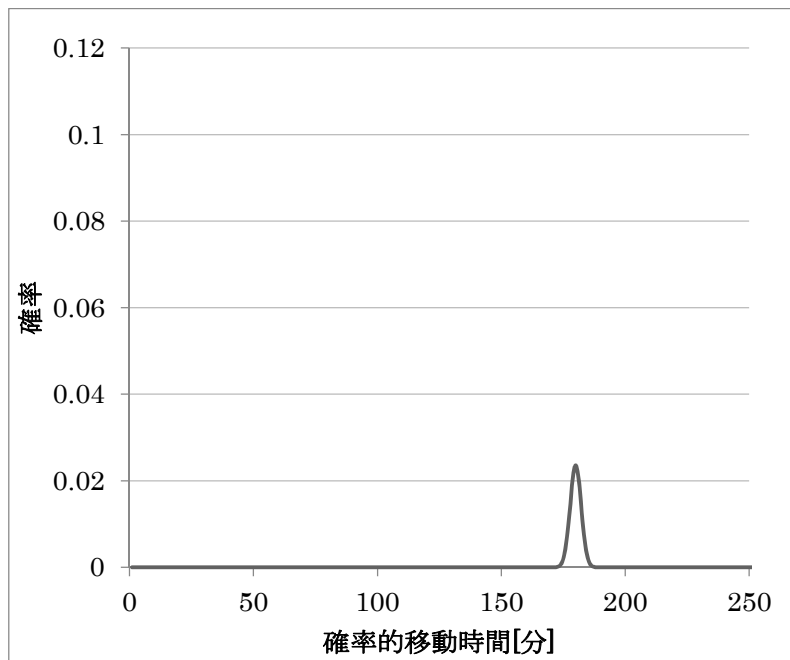


図 3. 更新が必要な状態の確率的移動時間

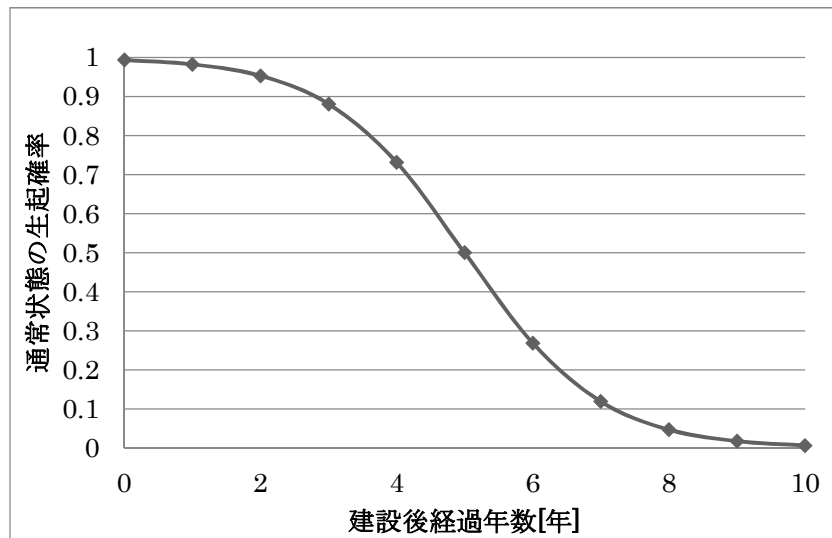


図 4. 通常状態の生起確率の経年変化

2 結果

(1) 混合分布の作成

以上の設定から計算された、建設後 1 年目、5 年目、10 年目の確率的移動時間の混合分布をそれぞれ図 5、6、7 に示す。

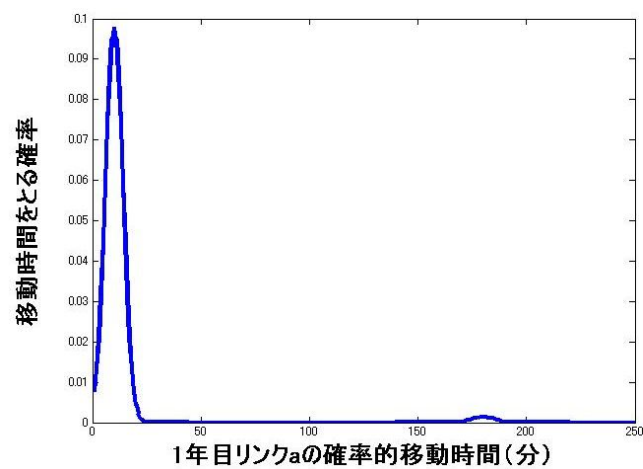


図 5. 建設後 1 年目の確率的移動時間

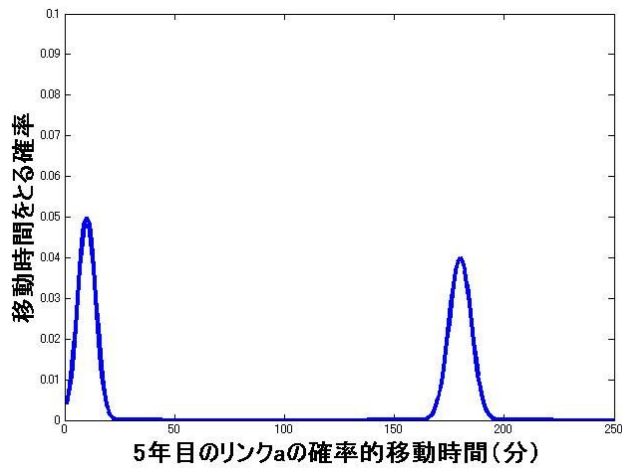


図 6. 建設後 5 年目の確率的移動時間

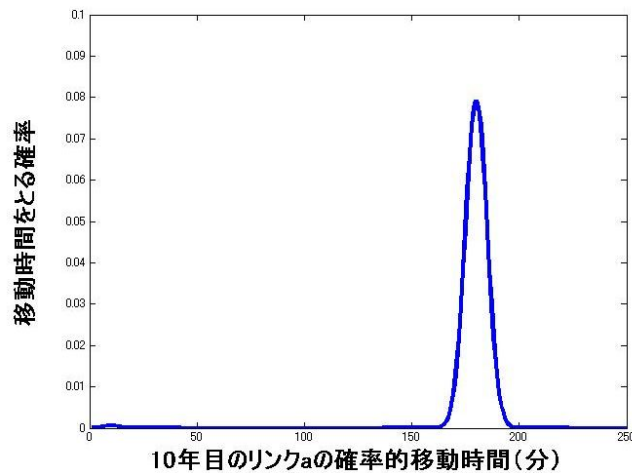


図 7. 建設後 10 年目の確率的移動時間

以上の図から時間経過と共に更新が必要な状態の割合が増えていくことがわかる。また、 $y=1\sim 10$ 年間の確率的移動時間の平均と分散を表 1 に示す。

次に、時間価値 τ を一台あたり 40 円/分、1 日のリンク交通量を 200 台、社会的割引率は国交省の技術指針に示される 4% と設定し ($r=0.04$)、混合分布で表させる 1 リンクの確率的交通量の平均を用いて最適道路更新計画を考える。ここで更新は 10 年間で 1 度とし、更新によって道路は建設直後とほぼ同等の状態まで回復するとする。つまり、更新の回数や程度ではなく、更新の時期にのみ依存して更新コストは変化すると仮定した。更新費用については $c_d^y = 3.5y$ [億円] と仮定した。この設定により、建設後期間が経過するにつれ、更新費用が増大する関係を表している。

建設後 y 年目に更新した時の総コストの変化を表 2 に示す。表 2 より、総コストが最小となる建設後 5 年目が、最適更新時期であるという結果が得られた。

表 1. $y=1\sim 10$ の混合分布の平均と分散

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
平均	13.058	18.062	30.264	55.720	95.000	134.280	159.736	171.938	176.942	178.862
分散	526.614	1322.032	3051.387	5700.505	7245.500	5704.664	3058.242	1330.179	535.290	217.069

表 2. 更新時期と総コストの関係

y	総移動時間[分]	時間コスト[円]	修繕コスト[円]	総コスト[円]
1	1033.862	3018877669	350000000	3239305451
2	868.058	2534728355	700000000	2990688198
3	709.178	2070798913	1050000000	2774378870
4	567.505	1657113447	1400000000	2613233387
5	463.489	1353388299	1750000000	2550758965
6	424.209	1238690820	2100000000	2638615852
7	463.489	1353388299	2450000000	2890262519
8	567.505	1657113447	2800000000	3256769138
9	709.178	2070798913	3150000000	3668064065
10	868.058	2534728355	3500000000	4076846245

(2) 考察

数値実験に用いる例として設定したリンクの最適更新時期は、建設後 5 年目となった。この計算例は、開発したモデルの挙動を検証することを目的としているため、混合分布を構成している 2 つの確率密度関数を非常に単純な正規分布で与えている。通常状態の移動時間については、ネットワーク問題へ拡張することにより分散の考慮が必要となってくるため、より複雑になってくる。一方、更新時間の確率分布はそのリンク自体の特性を表しているため、利用者の経路選択行動では変化しない。しかし、その分実問題を考える場合は各リンクの更新時間を表すデータが必要となってくる。

また、移動時間コストにのみ着目すると、一番コストが低くなる更新時期は建設後 6 年目となっているが、経年増加する更新コストも考慮した総コストが最小となるのは建設後 5 年目となっている。移動時間コストは凸関数である一方、更新コストは単調増加の式で与えられているため、総コストに対する両者の正確な割合を述べることは難しいが、少なくとも、総コストが最小となる時期は、どちらか一方ではなく移動時間コスト更新コストの両方の影響を受けて決定していると言える。具体的な総コストに対する更新コストの割合は建設後 1 年目に約 10.38% であり、そこから徐々に増加し、最終的には建設後 10 年目で約 58% となっている。更新時期による移動時間コストと更新コストの変化の関係は図 8 に、更新時期による総コストの変化は図 9 に示す。

しかし、この更新コストは暫定的に与えたものであり、実問題に近づけるためには、リンクの長さや交通量に加え、その道路構造物の種類等を考慮した数値を設定すべきであると認識している。それにより、移動時間コストと更新コストの比もより実問題に近い値で扱えるようになるだろう。また、更新回数や更新後の回復具合の設定を変化させることにより幅広い活用が可能となりうる。

予算制約に関しては、今回の計算例では 1 リンクしか扱わなかったために、考慮する必要がなかったが、ネットワークレベルに拡張した時には制約条件として扱い最適更新時期を算出していく必要があると認識している。

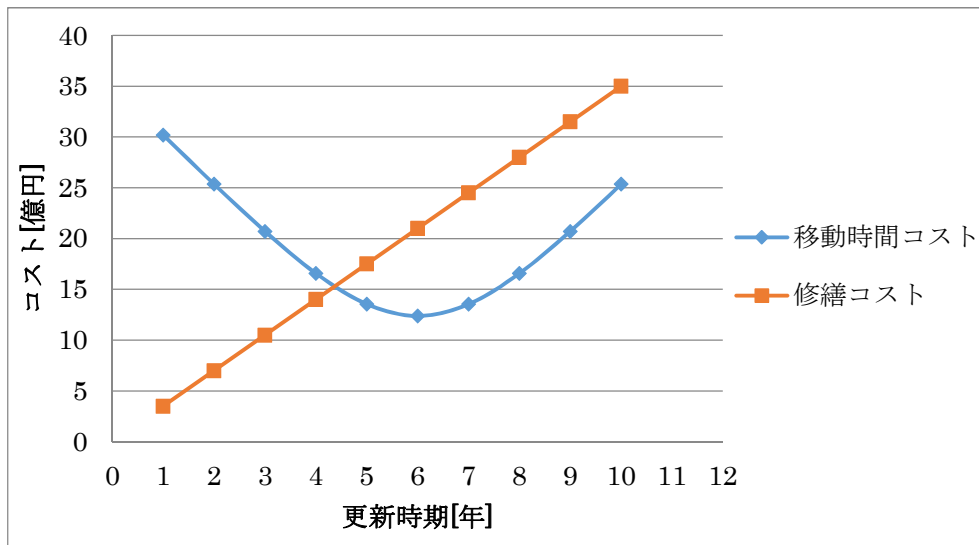


図8. 更新時期による各コストの変化

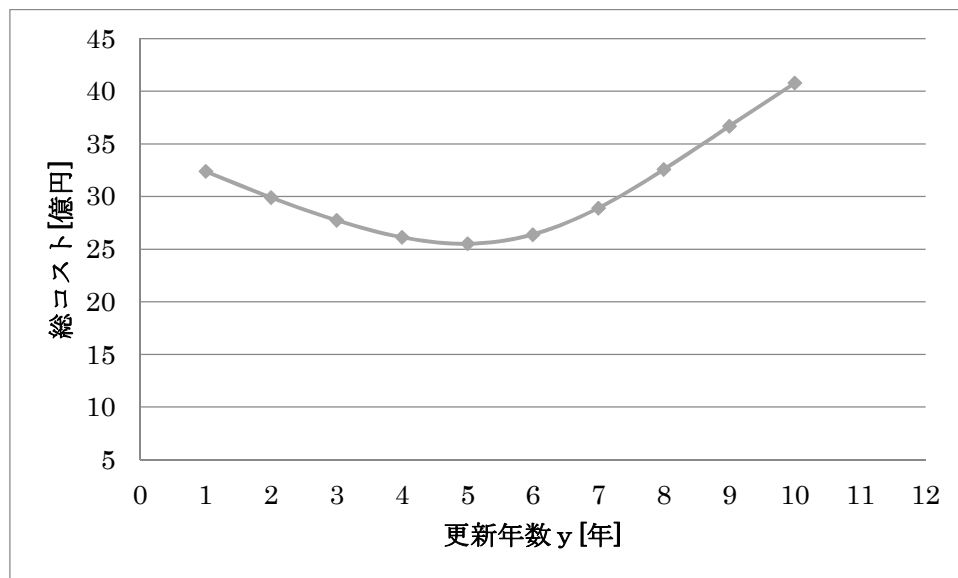


図9. 更新年数による総コストの変化

本研究では、通常状態の移動時間と更新が必要な状態の移動時間を表す確率分布は経年変化しないと設定しているため、混合率が混合分布を変化させる主要な要因となっている。つまり、混合率として使用している通常状態の生起確率の式をどう与えるかが重要となってくる。今回は通常状態の生起確率をロジットモデルによって与えたが、生起確率の与え方によって、様々な構造物への応用が可能となる。

土木学会関西支部 (2011) によれば、これまでに、橋梁・コンクリート・トンネル等の道路構造物について、構造物毎に様々な劣化予測研究が行われてきた。劣化予測手法の代表例としては、劣化のメカニズムに基づく物理・化学モデル式、実構造物の測定データの統計処理による式、簡易な規定計の式のあてはめ等の方法がある。

また、玉越ら (2011) は、道路構造物の個々の機能のみならず、道路ネットワークの機能との関わりの中でその性能を評価していく事を目指し、構造物に発生している損傷の程

度が機能に与えている影響を、構造物の種類に限らず共通の指標で表す方法、及び得られた使用を用いてネットワークを評価する手法を検討している。

今後、どの劣化予測式を用いるかは現時点では未定であるが、実問題に適用するうえでの一つの重要なポイントとして検討をしていく。

V おわりに

本研究では、移動時間・更新時間・劣化の不確実性を混合分布によって表現した、最適な更新計画モデルを提案した。これまでに、さまざまな最適道路更新計画に関する研究が行われてきたが、既存研究は確定的理論に基づくモデルが多く、将来の不確実性を考えかつ移動時間の平均・分散を簡単に計算できる方法を提案したという点でこのモデルは意義深いと考えられる。

しかし、計算例では、予算制約は考えず、極めて単純な IO-D ペア、1 リンクの問題を扱ったため、今後はネットワークレベルでの検証が必要となってくる。また、各種の設定も暫定的においているため、実用性という点では問題点は残る為、今後は様々なデータを取り入れながら実問題に近づける必要があると認識している。

本研究で開発したモデルを活用することにより、社会資本の更新・修繕費用が推計されるだけでなく、財政制約を考慮した上で、選択・集中の考え方を導入した更新・修繕計画を長期的な視点から戦略的に立案することが可能になると考えられる。さらに、本稿の付録に示す一般均衡モデルを適用することにより、社会資本の機能不全による経済影響も推計可能になるものと考えられる。ここで重要な点は、本研究で開発したモデルは、顕在化しつつある将来の人口減少を踏まえ、どの社会資本を更新・修繕するかに関わる意思決定を支援し得るツールとなることである。換言すれば、どの社会資本を捨象するかを決定することにもなる。以上を踏まえると、本研究は、単なる社会資本の更新・修繕計画の立案を行うだけのものではなく、将来的には、社会基盤施設のマネジメント論および都市・地域計画学の融合を図るものでもある。

今後も、不確実性を考慮した最適道路更新計画に関する研究を続けていく所存である。

謝辞

本研究は、著者らが所属する北海道大学工学部社会基盤計画学研究室の中尾晴子さんの卒業論文として行われたものである。ここに記して、彼女に深謝の意を表したい。

付録

1. 多地域応用一般均衡モデル

(1) モデルの概要と基本仮定

ここで示すモデルは、第一筆者ら北海道の高規格道路整備の効果計測を対象として開発してきた多地域応用一般均衡モデルを産業間の中間投入構造等に改良を加えた上で全国へ拡張し、また旅客トリップを明示的に考慮して改良したものである（杉木・内田, 2012）。

多地域応用一般均衡分析では、世帯及び企業の行動と、財市場、資本市場、土地市場の

均衡を記述するが、以下に本研究のモデルにおける基本仮定を列挙する。

- ①対象圏域内の地域の数とそれぞれの位置は先決されており、すべての地域は、交通ネットワークにより結ばれている。この交通ネットワークは、人の地域間の移動と地域間で交易される財の輸送に利用される。
- ②対象圏域における総人口 (T) は固定されている。すなわち以下の関係が成立する。

$$\sum_{i \in \mathbf{I}} N_i = T$$

ここに \mathbf{I} は地域の集合、 N_i は地域 i の人口である。また、 $|\mathbf{I}|$ は地域の数を表わすことにする。ここでの仮定は、対象圏域の外との間で労働移動はないことを意味する。この仮定は現実的ではないが、対象圏域内部の空間構造を一般均衡的に分析するという研究の目的に整合するよう設定されたものである。

- ③企業と労働者世帯は、地域間を自由に移動できる。
- ④土地は世帯の住宅のために用いられる。各地域において利用可能な土地面積 (H_i) は限られており、その大きさは外生的に与えられる。すなわち以下の関係が成立する。

$$N_i \cdot h_i = H_i$$

ここに h_i は地域 i における一世帯あたりの住宅面積である。なお、土地は同じ地域に住む世帯によって所有されており、地代収入は地域内の各世帯に均等に分配されるものとする。

- ⑤対象圏域においては、 $|\mathbf{M}|$ 種類の財が生産される。ここで財の集合は \mathbf{M} で表わすことにする。生産のための投入要素は労働、資本、業務トリップ、および中間投入である。
- ⑥対象圏域内の地域相互の交易財の輸送には、その財そのものを投入する。すなわち一単位の財を単位距離輸送するために、その財を一定量消費する (iceberg 仮説)。
- ⑦対象圏域に居住する世帯は、同量の資本を所有しており、その総量を \bar{K} とする。したがって、各世帯の所有する資本の量は \bar{K}/T である。各世帯は資本賃貸料の収入を所得として受け取ることができる。
- ⑧市場は、産業連関表に基づいた開放型経済システムによって表現される。したがって、域内外の取引関係が表現されている。

(2) 企業の行動

企業の生産活動は2段階に分けて考え、第1段階の付加価値関数をコブ・ダグラス型に特定化し、第2段階の生産関数をレオンチェフ型に特定化する。

$$v_i^m = A_i^m \cdot (L_i^m)^{\alpha_i^m} \cdot (K_i^m)^{\beta_i^m} \cdot (Q_i^m)^{\gamma_i^m}$$

$$y_i^m = \min \left(\frac{v_i^m}{a_i^{0m}}, \frac{x_i^{1m}}{a_i^{1m}}, \dots, \frac{x_i^{mm}}{a_i^{mm}}, \dots, \frac{x_i^{Mm}}{a_i^{Mm}} \right)$$

ここで、 L_i^m, K_i^m, Q_i^m はそれぞれ労働投入、資本投入、業務トリップ投入である。 A_i^m は効率性パラメータ、 $\alpha_i^m, \beta_i^m, \gamma_i^m$ は各々の分配パラメータであり、 $\alpha_i^m + \beta_i^m + \gamma_i^m = 1$ の関係を満たす。また、 v_i^m は産業 m の付加価値額、 y_i^m は地域 i に立地する産業 m の生産額、 x_i^{Mm} は産業 M から産業 m への中間投入額、 a_i^{Mm} は産業 M から産業 m への投入係数、 a_i^{0m} は産業 m の中間投入率である。また、市場均衡状態から、投入要素需要関数と平均費用関数は以下に示すように決定される。

$$L_i^m = \frac{\alpha_i^m}{w_i} \cdot a_i^{0m} \cdot q_i^m \cdot y_i^m$$

$$K_i^m = \frac{\beta_i^m}{r} \cdot a_i^{0m} \cdot q_i^m \cdot y_i^m$$

$$Q_i^m = \frac{\gamma_i^m}{p_i^b} \cdot a_i^{0m} \cdot q_i^m \cdot y_i^m$$

$$cv_i^m = \frac{(w_i)^{\alpha_i^m} \cdot r^{\beta_i^m} \cdot (p_i^b)^{\gamma_i^m}}{A_i^m \cdot (\alpha_i^m)^{\alpha_i^m} \cdot (\beta_i^m)^{\beta_i^m} \cdot (\gamma_i^m)^{\gamma_i^m}}$$

ここで、 w_i, r, p_i^b はそれぞれ地域 i における賃金、資本価格（ニューメレール）、 q_i^m は財の生産者価格（FOB 価格）、 cv_i^m は地域 i で財 m を生産するときの平均費用である。 p_i^b は業務トリップの期待最小費用であり、(5)でその定式化を行う。

(3) 世帯の行動

各世帯は、財の消費、住宅水準および自由トリップ消費に依存する効用を最大化するように行動する。世帯の効用関数は以下のように定式化される。

$$u_i = U(h_i, d_i^1, \dots, d_i^M, t_i^f) = a_i \cdot \ln h_i + \sum_{m \in \mathbf{M}} b_i^m \cdot \ln d_i^m + c_i \cdot \ln t_i^f$$

$$\text{s.t. } w_i + \frac{p_i^h \cdot H_i}{N_i} + \frac{r \cdot \bar{K}}{T} = \sum_{m \in \mathbf{M}} p_i^m \cdot d_i^m + p_i^h \cdot h_i + p_i^f \cdot t_i^f$$

ここで、 d_i^m は財の消費量、 t_i^f は自由トリップ消費量、 p_i^h は住宅地の地代、 p_i^m は地域 i における財の消費者価格（CIF 価格）である。 p_i^f は地域 i を始点とする自由トリップの期待最小費用であり、(5)でその定式化を行う。 a_i, b_i^m, c_i はパラメータであり、 $a_i + \sum_{m=1}^M b_i^m + c_i = 1$ の関係を満たす。また、効用最大化条件より以下が得られる。

$$h_i = \frac{a_i}{1-a_i} \cdot \frac{1}{p_i^h} \cdot \left(w_i + \frac{r \cdot \bar{K}}{T} \right)$$

$$d_i^m = \frac{b_i^m}{1-a_i} \cdot \frac{1}{p_i^m} \cdot \left(w_i + \frac{r \cdot \bar{K}}{T} \right)$$

$$t_i^f = \frac{c_i}{1-a_i} \cdot \frac{1}{p_i^f} \cdot \left(w_i + \frac{r \cdot \bar{K}}{T} \right)$$

一方、家計は地域内の効用値に従って、居住地を変化させると考えられる。そこで、地域 i から他の地域に移動する際、その移動抵抗値 χ_i を考慮した居住地選択モデルを考える。 χ_i は、精神面、肉体面および経済面を考慮し、持ち家率と移転費用を用いて表現されるものと考えられる。ここで、居住地を変更することによる期待最大効用は以下のように定式化される。

$$\bar{u}_i(\mathbf{u}) = \ln \left(\sum_{j'(z_i) \in \mathbf{I}} \exp(u_j) \right) - \chi_i$$

where

$$\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_I)^T$$

以上より、地域*i*からの居住地変更確率は、以下のように定式化される。

$$P_i^*(\mathbf{u}) = \frac{\exp(\bar{u}_i(\mathbf{u}))}{\exp(u_i) + \exp(\bar{u}_i(\mathbf{u}))}$$

また、居住地の変更を行う場合、各地域の効用*u_i*に基づき居住地を選択するものと考えられる。居住地として地域*j* (*j* ≠ *i*)を選択する確率は、以下に示すように同一で独立なランダム項を有する効用を仮定した多項ロジットモデルで表現する。

$$P_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{\exp(u_j)}{\sum_{j'(\neq i) \in I} \exp(u_{j'})}$$

(4) 地域間の交易

ロジットモデルにより交易を表現する。消費者はCIF価格が最小となる財を求めると考えられるが、不完全情報下では、地域*j*に住んでいる消費者が、地域*i*で作られた生産物*m*を選択する確率は以下で表現される。

$$s_{ij}^m = \frac{y_i^m \cdot \exp(-v_{ij}^m)}{\sum_{k \in I} y_k^m \cdot \exp(-v_{kj}^m)}$$

where

$$v_{ij}^m = \lambda^m \cdot q_i^m \cdot (1 + \tau^m \cdot t_{ij})$$

ここで、*t_{ij}*は地域*i*から地域*j*への財輸送時間、*τ^m*および*λ^m*はパラメータである。また、CIF価格は以下を満足する。

$$p_j^m = \sum_{i \in I} s_{ij}^m \cdot q_i^m \cdot (1 + \tau^m \cdot t_{ij})$$

(5) 業務トリップ・自由トリップの費用

地域*i*から地域*j*へ移動する際の費用*p_{ij}^t*を以下で定式化する。

$$p_{ij}^t = -\ln \sum_k \exp(-C_{ij}^k)$$

ここで、*C_{ij}^k*は交通手段*k*を用いて地域*i*から地域*j*へ移動する際の一般化費用（費用と時間価値を用いて貨幣価値化した時間の和）であり、上式はロジットモデルによる機関選択確率を考慮した期待最小費用となっている。業務・自由トリップに関しては、地域*i*における交通費用をそれぞれ*p_i^b*、*p_i^f*と表現し、それらを以下で定義した。

$$p_i^b = \frac{\sum_j q_{ij}^b \cdot p_{ij}^t}{\sum_j q_{ij}^b}$$

$$p_i^f = \frac{\sum_j q_{ij}^f \cdot p_{ij}^t}{\sum_j q_{ij}^f}$$

ここで、*q_{ij}^b*、*q_{ij}^f*はそれぞれ地域*i*から地域*j*へ移動する業務トリップ数、自由トリップ数である。

(6) 市場均衡

労働市場、資本市場、財市場（需要地、供給地）、FOB 価格および世帯の立地における均衡条件は以下で与えられる。

労働市場：

$$\sum_{m \in \mathbf{M}} L_i^m = \bar{L}_i$$

資本市場：

$$\sum_{i \in \mathbf{I}} \sum_{m \in \mathbf{M}} K_i^m = \bar{K}$$

財市場（需要地）：

$$z_{ij}^m = X_i^m \cdot s_{ij}^m$$

$$\mathbf{X}_i = (\mathbf{E} - (\mathbf{E} - \text{diag}(\boldsymbol{\mu}_i))\mathbf{A}_i)^{-1} ((\mathbf{E} - \text{diag}(\boldsymbol{\mu}_i))\mathbf{F}_i + \mathbf{G}_i)$$

財市場（生産地）：

$$y_i^m = \sum_{j \in \mathbf{I}} (1 + \tau^m \cdot t_{ij}) \cdot z_{ij}^m$$

FOB 価格：

$$\begin{aligned} q_i^m &= a_i^{0m} \cdot q_i^m + \sum_{n \in \mathbf{M}} a_i^{nm} \cdot p_i^n \\ &= a_i^{0m} \cdot q_i^m + \sum_{n \in \mathbf{M}} \sum_{j \in \mathbf{I}} a_i^{nm} \cdot s_{ji}^n \cdot q_j^n \cdot (1 + \tau^n \cdot t_{ij}) \end{aligned}$$

世帯の立地効用：

$$\begin{aligned} N_i &= N_i \cdot (1 - P_i^*(\mathbf{u})) + \sum_{j \neq i} N_j \cdot P_j^*(\mathbf{u}) \cdot P_{ji}(\mathbf{u}) \\ \Leftrightarrow N_i \cdot P_i^*(\mathbf{u}) &= \sum_{j(\neq i) \in \mathbf{I}} N_j \cdot P_j^*(\mathbf{u}) \cdot P_{ji}(\mathbf{u}) \quad \forall i \end{aligned}$$

ここで、 \bar{L}_i, \bar{K} は人口及び資本の総量、 z_{ij}^m は地域 i が地域 j から移入する財 m の量、 X_i^m は産業 m の域内需要額、 \mathbf{X}_i は域内総需要ベクトル、 \mathbf{E} は単位行列、 $\boldsymbol{\mu}_i$ は輸入係数ベクトル、 \mathbf{A}_i は投入係数行列、 \mathbf{F}_i は域内最終需要ベクトル、 \mathbf{G}_i は輸出額ベクトルである。

ここでの定式化では、輸出入を考慮することにより開放経済を表現している。これにより、輸入・輸出を考慮した域内総需要の計算が可能となっているが、グローバルな経済を考えた場合、この影響は無視できない。以上のように、本研究では、輸入係数および輸出額を固定した上で、国外との交易を表現しているが、市場均衡条件は、国内の地域においてのみ成立すると仮定している。

2 最適更新計画問題との関係

付録 1 (5)において、交通手段が自動車である場合、一般化費用 C_{ij}^k の移動時間の部分は、道路ネットワーク上の移動時間を通常状態の確率的移動時間と更新が必要な状態の確率的移動時間の混合分布として表現される確率的移動時間の期待値から推計可能と考えること

ができる。したがって、一般化費用 C_{ij}^k の移動時間を式(6)から計算される平均経路移動時間に置換することによって、道路更新計画による対象地域への経済影響が分析可能となる。

【参考文献】

内田賢悦 (2013) 移動時間信頼性便益評価の課題と展望, 土木学会論文集 D3 (土木計画学) Vol.69, No.5(土木計画学研究・論文集第 30 巻), I_15-I_29

内田賢悦, 加賀屋誠一 (2006) 積雪寒冷地における冬期の道路交通状況を考慮した道路舗装の LCC 評価に関する研究, 土木学会論文集 D Vol.62 No3, 483-495

国土交通省平成 23 年交通白書

杉木直, 内田賢悦 (2012) 多地域応用一般均衡分析を用いた高速鉄道整備による経済効果の計測, 第 32 回交通工学研究発表会論文集, 537-544

玉越隆史, 大久保雅憲, 北村岳伸, 藤田知高 (2011) 道路構造物群の状態評価手法及び橋梁の将来状態予測手法に関する調査検討, 国土交通省 国土技術政策総合研究所 研究成果資料 調査・試験・研究の成果の概要 H23 道路研究部
(<http://www.nilim.go.jp/lab/bcg/siryoutnn/tnn0661pdf/ks066111.pdf>)

土木学会関西支部 (2011) 構造物群のライフサイクルマネジメント共同研究グループ報告書 3.ライフサイクルマネジメントの検討・課題

三留拓也・長江剛志 (2013) 社会的損失最小化のための道路ネットワーク耐震補強問題：統計的推計と確率的最適化, 土木計画学研究・講演集 Vol.48, 228

Lam, W.H.K., Shao, H., Sumalee A (2008) Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply, Transportation Research Part B 42, 890-910

Paul G. Hoel, P.G. (1962) Introduction to mathematical statistics, Wiley, New York, 1962

Sanchez-Silva, M., Daniels, M., Lleras, G., Patino, D. (2005) A transport network reliability model for the efficient assignment of resources, Transport Research Part B 39, 47-63